

Решење:

Задатак 1. Скуп свих вредности реалног параметра m за које су решења једначине $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$ различитог знака је:

- A) $[1,2)$ B) $(0,1]$ C) $(0,+\infty)$ D) $[1,+\infty)$ E) $(0,2)$

Решење: како су решења различитог знака, то мора да важе следећи услови:

1) $D = b^2 - 4ac > 0$ тј. $4m^2 - 4m \cdot (m - 2) > 0$, $8m > 0$, дакле $m > 0$

2) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0$ тј. $\frac{m-2}{m} < 0$, а како је, на основу првог услова $m > 0$, да би $\frac{m-2}{m} < 0$ мора да $m - 2 < 0$, тј. $m < 2$.

Коначно, $m > 0$ и $m < 2$, тј. $m \in (0,2)$.

Задатак 2. Решења квадратне једначине $x^2 - 6x + p = 0$ су позитивни бројеви ако је:

- A) $p \geq 0$ B) $0 < p \leq 9$ C) $4 < p \leq 10$ D) $5 > p$ E) $5 < p < 16$

Решење: како су решења позитивни, то мора да важе следећи услови:

1) $D = b^2 - 4ac \geq 0$ тј. $36 - 4p \geq 0$, $-4p \geq -36$, дакле $p \leq 9$

2) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ тј. $6 > 0$, што важи за свако p

3) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$ тј. $\frac{p}{1} > 0$, тј. $p > 0$.

Коначно, $p > 0$ и $p \leq 9$, тј. $p \in (0, 9]$

Задатак 3. Једначина $x^2 - 2(k + 1)x + (k^2 + 5) = 0$, где је k реалан параметар, има два различита позитивна решења ако k припада интервалу:

- A) $(-2,2)$ B) $(-1, \infty)$ C) $(2,5)$ D) $(2, \infty)$ E) $(5, \infty)$

Решење: како су решења различити позитивни бројеви, то мора да важе следећи услови:

1) $D = b^2 - 4ac > 0$ тј. $4(k + 1)^2 - 4(k^2 + 5) > 0$, $8k > 16$ дакле $k > 2$

2) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ тј. $2(k + 1) > 0$, што важи за свако $k > -1$

3) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$ тј. $k^2 + 5 > 0$, , што важи за свако k

Коначно, $k > 2$ и $k > -1$, тј. $k \in (2, \infty)$.

Задатак 4. Скуп свих вредности реалног параметра a за које су решења квадратне једначине $x^2 - (a + 2)x + a + 5 = 0$ негативна је подскуп скупа:

- A) $(-\infty, -6]$ B) $[-6, -5]$ C) $[-5, -4]$ D) $[-4,5]$ E) $[5, \infty)$

Решење: како су решења негативни бројеви, то мора да важе следећи услови:

1) $D = b^2 - 4ac \geq 0$ тј. $(a + 2)^2 - 4(a + 5) \geq 0$, $a^2 > 16$ дакле $a \geq 4 \vee a \leq -4$, о односно $a \in (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

2) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ тј. $a + 2 < 0$, што важи за свако $a < -2$

3) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$ тј. $a + 5 > 0$, што важи за свако $a > -5$

Коначно, $a \in (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$ и $a < -2$ и $a > -5$, тј. $a \in (-5, -4]$, а то је подскуп скупа $[-5, -4]$

Задатак 5. Вредност параметра m за које су решења једначине $x^2 - mx + m - 1 = 0$ различитог знака и међусобно се разликују за 4 је:

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Решење: како су решења различитог знака, то мора да важе следећи услови:

1) $D = b^2 - 4ac > 0$ тј. $4m^2 - 4(m - 1) > 0$, тј. $m^2 - m + 1 > 0$ што важи за свако m

2) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0$ тј. $m - 1 < 0$, тј. $m < 1$.

3) $x_1 - x_2 = 4$, тј. $x_1 = x_2 + 4$, па применом Вијетових формула добијамо:

$x_1 + x_2 = m$, тј. $x_2 + 4 + x_2 = m$, односно $x_2 = \frac{m-4}{2}$. Сада је $x_1 = x_2 + 4 = \frac{m-4}{2} + 4 = \frac{m+4}{2}$.

Даље је $x_1 \cdot x_2 = m - 1$, тј. $\frac{m-4}{2} \cdot \frac{m+4}{2} = m - 1$, односно $m^2 - 16 = 4m - 4$,
 $m^2 - 4m - 12 = 0$, па добијамо $m = 6$ или $m = -2$

Коначно, $m < 1$ и $m = 6$ или $m = -2$, па је тражена вредност параметра $m = -2$.